

О τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных формациях, имеющих заданную булеву подрешетку

П.А. Жизневский (Гомель, Беларусь)

pzhiznevsky@yahoo.com

Все рассматриваемые группы конечны. Используемые определения и обозначения можно найти в [1-2].

Впервые изучение формаций с дополняемыми подформациями было начато А.Н. Скибой в работе [3]. Дальнейшее изучение таких формаций получило развитие в работах многих авторов: В.А. Ведерникова (1992г.), А.Н. Скибы (1994г., 1996г.), В.Г. Сафонова (1996, 2005г.), В.В. Аниськова (1996г.), Н.Г. Жевновой (1996г., 1997г.), Го Вэньбиня и К.П. Шама (2002г.), Го Вэньбиня (2004г.) и др.

В 2000 году А.Н. Скибой и Л.А. Шеметковым поставлена проблема описания таких n -кратно ω -композиционных формаций \mathfrak{F} , для которых решетка $\mathfrak{F}/\omega_n \mathfrak{F} \cap \mathfrak{N}$ является решеткой с дополнениями ([1], проблема 5).

Напомним, что подгрупповым функтором [2] называется всякое отображение τ , сопоставляющее каждой группе G такую систему ее подгрупп $\tau(G)$, что:

- 1) $G \in \tau(G)$;
- 2) для всякого эпиморфизма $\varphi : A \rightarrow B$, и для любых групп $H \in \tau(A), T \in \tau(B)$ имеет место $H\varphi \in \tau(B), T\varphi^{-1} \in \tau(A)$.

В частности, если $\tau(G)$ — множество всех субнормальных подгрупп группы G , то такой подгрупповой функтор обозначают через s_{sn} . В работе мы рассматриваем только такие подгрупповые функторы τ , что $\tau(G) \subseteq s_{sn}(G)$ для любой группы G . Класс групп \mathfrak{F} называется τ -замкнутым, если $\tau(G) \subseteq \mathfrak{F}$ для любой группы $G \in \mathfrak{F}$.

Развивая основные результаты работ [4, 5], нами получена следующая

Теорема. Пусть \mathfrak{F} — τ -замкнутая n -кратно ω -композиционная формация, \mathfrak{H} — некоторая непустая нильпотентная насыщенная формация и $\mathfrak{F} \not\subseteq \mathfrak{H}$ ($n \geq 1$). Тогда следующие условия равносильны:

- 1) $\mathfrak{F}/\omega_n \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ — решетка с дополнениями;
- 2) $\mathfrak{F} = (\mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}) \vee_{\omega_n}^{\tau} (\vee_{\omega_n}^{\tau} \mathfrak{K}_i \mid i \in I)$, где $\{\mathfrak{K}_i \mid i \in I\}$ — множество всех минимальных τ -замкнутых n -кратно ω -композиционных не \mathfrak{H} -подформаций из \mathfrak{F} ;
- 3) $\mathfrak{F}/\omega_n \mathfrak{F} \cap \mathfrak{H}$ — булева решетка.

Литература

1. Скиба А.Н., Шеметков Л.А. Кратно частично композиционные формации конечных групп / Украинский математический журнал, том 52, № 6, 2000. — С. 783-797.
2. Скиба А.Н. Алгебра формаций. — Мн.: Беларуская навука, 1997. — 240 с.
3. Скиба А.Н. О формациях с заданными системами подформаций / Подгрупповое строение конечных групп. — Мн., 1981. — С. 155-180.
4. Жизневский П.А., Сафонов В.Г. О \mathfrak{L} -композиционных формациях с дополняемыми подрешетками / Вестник Витебского госуниверситета. Серия С. Фундаментальные науки. — 2008. — № 3(49). — С. 93-100.
5. Жизневский П.А. К теории кратно частично композиционных формаций конечных групп / Препринт ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель, 2008, № 30, 35 с.