

2-ГРУППЫ АЛЬПЕРИНА С БЕСКОНЕЧНЫМИ ЦИКЛИЧЕСКИМИ И ЭЛЕМЕНТАРНЫМИ АБЕЛЕВЫМИ ВТОРЫМИ КОММУТАНТАМИ

Б. М. Веретенников

Группой Альперина, как и раньше, назовем группу, в которой каждая 2-порожденная подгруппа имеет циклический коммутант. Такие группы рассматривались в [1], где, в частности, было доказано, что при нечетном простом p конечные p -группы Альперина метабелевы. В данных тезисах впервые, насколько это известно автору, предлагаются примеры групп Альперина с бесконечными вторыми коммутантами.

Теорема 1. Пусть G – группа с образующими элементами a, b, c, f, g, h, τ и определяющими соотношениями:

$$\begin{aligned} a^2 = b^2 = c^2 = 1, \\ [a, b] = f, [b, c] = g, [c, a] = h, [f, g] = [g, h] = [h, f] = \tau, \\ [f, c] = g^2 h^2 \tau^{-2}, [g, a] = h^2 f^2 \tau^{-2}, [h, b] = f^2 g^2 \tau^{-2}, \\ f^4 g^4 h^4 = \tau^7, [\tau, a] = [\tau, b] = [\tau, c] = 1. \end{aligned}$$

Тогда 1) $G'' = \langle \tau \rangle$ – бесконечная циклическая группа, и
2) G – группа Альперина.

Замечание. На самом деле группа G , как это легко видно, порождается тремя инволюциями a, b, c . Дополнительные образующие f, g, h, τ группы G используются нами для сокращения формулировки теоремы.

Теорема 2. Пусть группа G задана бесконечным множеством образующих $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ и определяющими соотношениями:

$$\begin{aligned} a_k^2 = 1, [a_i, a_j, a_k] = [a_j, a_k]^2 [a_k, a_i]^2, \\ [[a_i, a_j], [a_k, a_l]] = [a_i, a_k]^4 [a_i, a_l]^4 [a_j, a_k]^4 [a_j, a_l]^4, \\ [a_i, a_j]^8 = 1, [[a_i, a_j]^4, a_k] = 1 \text{ для любых натуральных } i, j, k, l. \end{aligned}$$

Тогда 1) G – 2 группа, G'' – бесконечная элементарная абелева 2-группа;
2) G – группа Альперина.

Отметим, что теоремы 1 и 2 можно рассматривать, как обобщения соответствующих теорем для конечных 2-групп, опубликованных в тезисах [2] и [3]. В частности, группа из теоремы 2 является объединением возрастающей цепочки конечных 2-групп порядков $2^{3C_n^2+n}$, где $n \geq 3$, из сообщения [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Alperin J.L. On a special class of regular groups. Trans. Amer. Math. Soc. 106(1963), с. 77-99.
- [2] Веретенников Б.М. Конечная 2-группа Альперина с вторым коммутантом произвольного порядка. Тез. докл. международной конференции "Мальцевские чтения", Новосибирск, 2009, с. 47.
- [3] Веретенников Б.М. О ранге вторых коммутантов 2-групп Альперина. Тез. докл. международной конференции "Мальцевские чтения", Новосибирск, 2010, с. 69.

Уральский государственный технический университет (УГТУ-УПИ), Екатеринбург
E-mail address: boris@veretennikov.ru