

ЗАМЕЧАНИЕ О ВПОЛНЕ ИНВАРИАНТНЫХ ПОДПРОСТРАНСТВАХ СВОБОДНЫХ
АССОЦИАТИВНЫХ АЛГЕБР

НАДЖАРЯН Н. Г.

Кафедра математики Ереванского государственного университета,

Алекс Манугиан 1, 375025, Ереван, Армения

E-mail:ngnaj@mail.ru

РЕЗЮМЕ: В свободных ассоциативных алгебрах вводится понятие вполне инвариантного подпространства обобщающее Т-идеалы, из этих пространств выделяются так называемые рMqVM пространства. Доказывается структурная теорема в случае свободных ассоциативных алгебр с единицей со счётным числом свободных образующих над полем характеристики нуль. В частности, такие подпространства содержат полином лиевой нильпотентности.

2000 Mathematics Subject Classification: 16R10, 16D10

Пусть F -абсолютно свободная ассоциативная алгебра со счётным числом свободных образующих $X = \{x_1, x_2, \dots\}$. Её элементами (полиномами) являются формальные K -линейные комбинации различных ассоциативных слов (мономов) в алфавите X с естественными операциями умножения и линейного K -пространства.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1([1]). K -линейное подпространство $L \subset F$ называется вполне инвариантным K -пространством (F -модулем, F -бимодулем), если L инвариантно относительно всех эндоморфизмов алгебры F , т.е. для любого $\varphi \in \text{End}(F)$, $\varphi(L) \subset L$.

Заметим что, такими пространствами являются Т-идеалы (см., например, [2]), Т-пространства ([3]) свободных алгебр.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2([1]). Вполне инвариантное подпространство $L \subset F$ называется n -почти конечнопорождённым K -пространством (F -модулем, F -бимодулем), если существует конечное множество полиномов $\{f_1, \dots, f_n\} \subset L$ такое, что L как K -пространство (как F -модуль, как F -бимодуль) порождается множеством $\{\sigma f_i \mid i = 1, 2, \dots, n; \sigma \in S - \text{бесконечной симметрической группе}\}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. K -линейное подпространство $L \subset F$ называется рMqVM пространством, если $L = L_1 + L_2$, где L_1 является r -почти конечнопорождённым F -модулем, L_2 - q -почти конечнопорождённым F -бимодулем.

Далее, пусть $h = \sum_i v_i U_i$ полином с условием $\sum_i v_i \neq 0$, $g = [V_1, \dots, V_k]$, где U_i, V_j -произвольные ассоциативные мономы в X ; $L \subset F$ - вполне инвариантное подпространство.

Используя некоторые методы работ [1,2,3,4,5], при помощи комбинаторных соображений, доказывается следующая теорема, обобщающая соответствующие результаты работ [1,5].

ТЕОРЕМА. Пусть для некоторых полиномов g, h существует вполне инвариантный F -бимодуль $L' \subset L$, что $[g, h] \in L'$, тогда L является $pM1BM$ пространством. Обратно, если L - $pMqBM$ пространство и для полинома $g \in L$, существует полином h и вполне инвариантный F -бимодуль $L' \subset L$, что $[g, h] \in L'$, то L содержит полином $[x_1, x_2, \dots, x_m]$, $x_i \in X$, для некоторого целого числа $m \geq 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Najaryan N. G., On the invariant spaces of free associative algebras, Algebra, Geometry & their applications, Seminar proceedings (Yerevan State University) vol. 3-4, 2004, p. 123-125.
2. Размыслов Ю. П., Тождества алгебр и их представлений, Москва, Наука (1989).
3. Наджарян Н. Г., О коразмерностях линейного T -пространства, Математика, Выпуск 6, Ереван-1988, с. 195-200 (ВИНИТИ, Математика, Алгебра 8A252, 1989).
4. Латышев В. Н., О некоторых многообразиях ассоциативных алгебр, Изв. АН СССР, Сер. мат. 1973, т. 37, N 5, с. 1010-1037.
5. Наджарян Н. Г., О вполне инвариантных пространствах свободных ассоциативных алгебр, Учёные записки (Армянский Государственный Педагогический Университет) N 1-2 (5-6), 2007, с. 54-57.