

Об эндоморфно простых алгебрах с операторами

В.Л. Усольцев (Волгоград)

Алгеброй с операторами называется универсальная алгебра с дополнительной системой операторов, то есть унарных операций, действующих как эндоморфизмы относительно основных сигнатурных операций.

Конгруэнция θ универсальной алгебры A называется *вполне инвариантной*, если для любых $x, y \in A$ и любого эндоморфизма φ алгебры A из условия $x\theta y$ следует, что $\varphi(x)\theta\varphi(y)$.

Эндоморфно простой называется такая универсальная алгебра, все вполне инвариантные конгруэнции которой тривиальны.

Унар с мальцевской операцией [1] называется алгебра $\langle A, f, p \rangle$ с унарной операцией f и тернарной операцией p , на которой истинны тождества Мальцева $p(x, y, y) = p(y, y, x) = x$ и операция f перестановочна с p . В [1] показано, что на любом унаре $\langle A, f \rangle$ можно задать тернарную операцию p так, что алгебра $\langle A, f, p \rangle$ становится унаром с мальцевской операцией. Операцию p , заданную этим способом будем называть *стандартной*.

В [2] найдены необходимые условия простоты и псевдопростоты для произвольных универсальных алгебр с оператором, а также дано полное описание простых и псевдопростых унаров со стандартной мальцевской операцией.

Предложение 1. Пусть $\langle A, \Omega \rangle$ — произвольная неодноэлементная универсальная алгебра с оператором f . Если алгебра $\langle A, \Omega \rangle$ является эндоморфно простой, то либо операция f инъективна, либо унар $\langle A, f \rangle$ содержит такую одноэлементную подалгебру $\{a\}$, что $f(x) = a$ для любого $x \in A$.

Замечание. Необходимое условие эндоморфной простоты, указанное в Предложении 1, не является достаточным.

Теорема 1. Пусть $\langle A, f, p \rangle$ — неодноэлементный унар со стандартной мальцевской операцией p . Алгебра $\langle A, f, p \rangle$ является эндоморфно простой тогда и только тогда, когда либо операция f инъективна, либо унар $\langle A, f \rangle$ содержит такую одноэлементную подалгебру $\{a\}$, что $f(x) = a$ для любого $x \in A$.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Карташов В.К., *Об унарах с мальцевской операцией* // Международный семинар "Универсальная алгебра и ее приложения".: Тез. сообщ. Волгоград, 1999, с.31.

[2] Усольцев В.Л. *Простые и псевдопростые алгебры с операторами* // Фундамент. и прикл. матем., 2008. Т.14. Вып. 7, с. 189-207.