ОБ ОДНОМ НОВОМ СЕМЕЙСТВЕ ОПЕРАД

С.Н.ТРОНИН

Пусть G есть полугруппа с единицей, C — ее центр. Положим $R_G(n) = C \times G^n$. Пусть $\overline{x} = (x_0; x_1, \dots, x_m) \in R_G(m)$, $\overline{y}_i = (y_{i,0}; y_{i,1}, \dots, y_{i,n_i}) \in R_G(n_i)$, $t_i = y_{1,0} \dots y_{i-1,0} y_{i+1,0} \dots y_{m,0}$, $1 \le i \le m$. Определим операции композиции $R_G(m) \times R_G(n_1) \times \dots \times R_G(n_m) \to R_G(n_1 + \dots + n_m)$, полагая

$$\overline{x}\,\overline{y}_1 \dots \overline{y}_m = (x_0 y_{1,0} \dots y_{m,0}; t_1 x_1 y_{1,1}, \dots, t_1 x_1 y_{1,n_1}, \dots , t_m x_m y_{m,1}, \dots, t_m x_m y_{m,n_m}). \qquad (*)$$

Теорема 1. *Семейство $R_G = \{R_G(n) | n = 0, 1, 2, \dots\}$ с операцией композиции (*) является симметрической операдой.*

Теорема 2. *Многообразие $Alg(R_G)$ алгебр над операдой R_G рационально эквивалентно многообразию коммутативных полугрупп (с единицей, если в R_G присутствует нулевая компонента), на которых слева действует $C \times G$, причем должны выполняться следующие тождества:*

$$(x; y) \prod_{i=1}^{n} a_i = (x; 1) \prod_{i=1}^{n} (1; y) a_i, \quad \prod_{i=1}^{n} (y_{i,0}; 1) a_i = (y_{1,0} \dots y_{m,0}; 1) \prod_{i=1}^{n} (1, t_i) a_i.$$

Здесь $x, y_{i,0} \in C, y \in G$, $a_1, \dots, a_m$ — элементы R_G-алгебры, t_i были определены выше.

У операд вида R_G имеются многочисленные интересные подоперады. Например, при $G = \mathbb{R}$ можно определить аналог операды многомерных сфер из [1]:

$$R(n) = \{(x_0; x_1, \dots, x_n) | x_i \in \mathbb{R}, x_1^2 + \dots + x_n^2 = x_0^2\}.$$

Основные результаты [1] (с соответствующими изменениями) переносятся на случай этой операды. Заметим, что если заменить в опреелении $R(n)$ равенство на $\ge$ или $\le$, то также получаются операды.

Операдная композиция (*) позволяет определить структуру операды на семействе проективных пространств над произвольным полем. Композиция (*) также является составной частью операдных композиций для более сложно определяемых операд. Например, для операды двухполюсных сетей, стрелки которых снабжены “весами”. В одной из разновидностей этой операды элементами операды будут двухполюсные сети, в которых выполняются “законы Кирхгофа”.

Литература

[1] Тронин С.Н. *Алгебры над операдой сфер* // Изв. вузов. Математика. — 2010. — N 3. — С. 72 – 81.

Казанский государственный университет, Казань
E-mail address: Serge.Tronin@ksu.ru