КОНКРЕТНАЯ ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ПЛАНАРНЫХ АВТОМАТОВ

В. А. Молчанов (Саратов)

Под плоскостью [1] будем понимать систему вида $\Pi = (X, L)$, где X – непустое множество точек и L – семейство его подмножеств, именуемых прямыми, удовлетворяющее следующим аксиомам: (A1) через любые две точки проходит одна и только одна прямая; (A2) каждая прямая содержит по крайней мере три точки; (A3) в множестве X есть три точки, не лежащие на одной прямой. В частности, плоскость $\Pi = (X, L)$ является проективной, если любые две ее прямые имеют общую точку, и аффинной, если для любой прямой $l \in L$ и любой точки $x \in X \setminus l$ существует единственная прямая l', удовлетворяющая условиям $x \in l'$ и $l \cap l' = \emptyset$.

В работе изучаются универсальные планарные автоматы, подавтоматы которых охватывают гомоморфные образы всех планарных автоматов. По определению [2] универсальные планарные автоматы являются структуризованными автоматами $\mathcal{A} = (Q, A, B, \delta, \lambda)$ с множеством состояний Q и множеством выходных сигналов B, наделенными структурами плоскостей $\Pi_Q = (Q, L_Q)$ и $\Pi_B = (B, L_B)$, множеством входных сигналов A, состоящим из всех пар $a = (\varphi, \psi)$ эндоморфизмов φ плоскости Π_Q и гомоморфизмов ψ плоскости Π_Q в плоскость Π_B, функцией переходов $\delta(q, a) = \varphi(q)$ и выходной функцией $\lambda(q, a) = \psi(q)$ (здесь $q \in Q$). Такой универсальный планарный автомат обозначается $\mathrm{Atm}(\Pi_Q, \Pi_B)$.

Для универсальных планарных автоматов исследована проблема конкретной характеризации, которая формулируется следующим образом: при каких условиях автомат $\mathcal{A} = (Q, A, B, \delta, \lambda)$ является универсальным планарным автоматом, т.е. на множестве состояний Q можно так определить структуру плоскости $\Pi_Q = (Q, L_Q)$ и на множеством выходных сигналов B – структуру плоскости $\Pi_B = (B, L_B)$, что множество входных сигналов A совпадет с множеством $\mathrm{End}\Pi_Q \times \mathrm{Hom}(\Pi_Q, \Pi_B)$?

Такая задача имеет прямое отношение к известной проблеме С.Улама [3] об определении математической структуры по данному множеству эндоморфизмов, которая не решена до сих пор ни для графов, ни для гиперграфов общего вида.

Список литературы

1. Картеси Ф. Введение в конечные геометрии. — М. Наука, 1980.

2. Плоткин Б. И., Гринглаз Л. Я., Гварамия А. А. Элементы алгебраической теории автоматов.—М.:Высшая школа, 1994.

3. Улам С. Нерешенные математические задачи. — М. Наука, 1964.